Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найдите длину дуги AB: $\begin{cases} x = 4\cos t \\ y = 4\sin t \\ z = 2t \end{cases}$, $0 \le t \le \dfrac{\pi}{2}$.

Решение

$x'_t = -4\sin t$, $y'_t = 4\cos t$, $y'_t = 2$.

$$\sqrt{(x'_t)^2 + (y'_t)^2 + (z'_t)^2} = \sqrt{16\sin^2 t + 16\cos^2 t + 4} = \sqrt{16\left(\sin^2 t + \cos^2 t\right) + 4} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$dl = 2\sqrt{5}\,dt$$

$$L = \int\limits_{AB} dl = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{(x'_t)^2 + (y'_t)^2 + (z'_t)^2}\,dt = 2\sqrt{5}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} dt = 2\sqrt{5}\cdot t\Big|_0^{\pi/2} = 2\sqrt{5}\cdot\frac{\pi}{2} = \pi\sqrt{5}$$

Ответ: $L = \pi\sqrt{5}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.