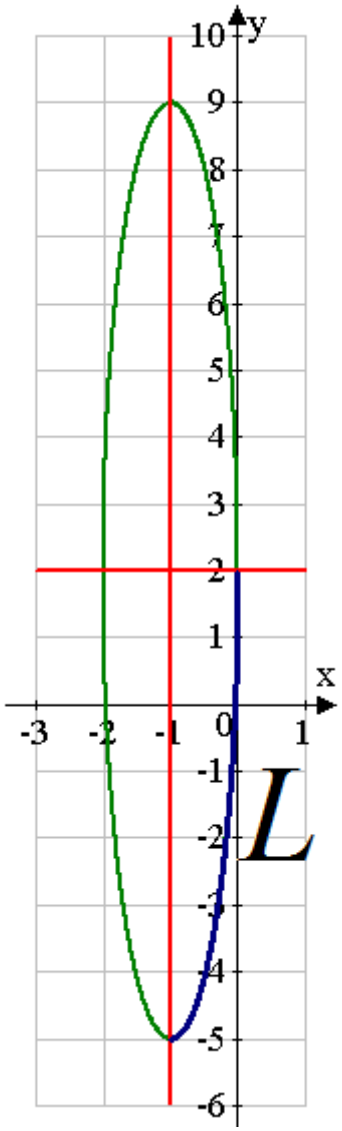
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти массу дуги кривой $(x+1)^2+\frac{(y-2)^2}{49}=1$ при $x\ge -1$, $y\le 2$, если её плотность $\rho(x,y)=2x-y-xy+2$.

Решение

Уравнение $(x+1)^2+\frac{(y-2)^2}{49}=1$ определяет эллипс с полуосями $a=1$, $b=7$ и центром в точке $(-1;2)$. В параметрической форме уравнение эллипса будет таким: $\begin{cases} x=\cos t-1 \\ y=7\sin t+2 \end{cases}$.



Для искомой части эллипса имеем: $\frac{3\pi}{2}\le t\le 2\pi$.

$$dl=\sqrt{(x')^2+(y')^2}\,dt=\sqrt{\sin^2 t+49\cos^2 t}\,dt=\sqrt{1+48\cos^2 t}\,dt$$

$$M=\int\limits_L \rho(x,y)dl=\int\limits_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi}\left(2\cos t-2-7\sin t-2-(\cos t-1)(7\sin t+2)+2\right)\sqrt{1+48\cos^2 t}\,dt=$$

$$=\int\limits_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi}\left(2\cos t-2-7\sin t-(7\sin t\cos t+2\cos t-7\sin t-2)\right)\sqrt{1+48\cos^2 t}\,dt=$$

$$=\int\limits_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi}(-7\sin t\cos t)\sqrt{1+48\cos^2 t}\,dt=\frac{7}{96}\cdot\int\limits_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi}\left(1+48\cos^2 t\right)^{\frac{1}{2}}d\left(1+48\cos^2 t\right)=$$

$$=\frac{7}{144}\cdot\left(1+48\cos^2 t\right)^{\frac{3}{2}}\Big|_{3\pi/2}^{2\pi}=\frac{7}{144}\cdot 342=\frac{133}{8}.$$

Ответ: $\frac{133}{8}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.