Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти статический момент M_x участка кривой $y=\sqrt{1+e^x}$, $0\le x\le \ln 3$. Плотность $\rho=3$.

Решение

$$y'=\frac{1}{2\sqrt{1+e^x}}\cdot e^x=\frac{e^x}{2\sqrt{1+e^x}}$$

$$dl=\sqrt{1+(y')^2}\,dx=\sqrt{1+\frac{e^{2x}}{4\cdot(1+e^x)}}\,dx=\sqrt{\frac{4+4e^x+e^{2x}}{4\cdot(1+e^x)}}\,dx=\sqrt{\frac{(2+e^x)^2}{4\cdot(1+e^x)}}\,dx=\frac{2+e^x}{2\cdot\sqrt{1+e^x}}\,dx.$$

$$M_x=\int\limits_L y\cdot\rho(x,y)dl=\int\limits_0^{\ln 3}3\sqrt{1+e^x}\cdot\frac{2+e^x}{2\cdot\sqrt{1+e^x}}\,dx=\frac{3}{2}\int\limits_0^{\ln 3}(e^x+2)dx=\frac{3}{2}\cdot(e^x+2x)\Big|_0^{\ln 3}=$$

$$=\frac{3}{2}\cdot(3+2\ln 3-1)=\frac{3}{2}\cdot(2+2\ln 3)=3\cdot(\ln 3+1)$$

Ответ: $3\cdot(\ln 3+1)$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.