Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Вычислить интеграл $\int\limits_L \left(\frac{9y^2}{4(x-2)} - x^2 \right) dl$, где L – дуга кривой $y = \frac{2}{3}\sqrt{(x-2)^3}$ от точки $A\left(5; 2\sqrt{3}\right)$ до $B\left(10; \frac{32\sqrt{2}}{3}\right)$.

Решение

$y' = \frac{2}{3} \cdot \left((x-2)^{\frac{3}{2}} \right)' = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot (x-2)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x-2}$, $1 + (y')^2 = 1 + x - 2 = x - 1$.

$$\frac{9y^2}{4(x-2)} - x^2 = \frac{9 \cdot \frac{4}{9} \cdot (x-2)^3}{4(x-2)} - x^2 = (x-2)^2 - x^2 = -4x + 4 = -4(x-1).$$

$$\int\limits_L \left(\frac{9y^2}{4(x-2)} - x^2 \right) dl = -4 \int\limits_5^{10} (x-1)\sqrt{x-1}\,dx = -4 \int\limits_5^{10} (x-1)^{\frac{3}{2}}\,dx = -4 \int\limits_5^{10} (x-1)^{\frac{3}{2}}\,d(x-1) = -4 \cdot \left. \frac{2(x-1)^{\frac{5}{2}}}{5} \right|_5^{10} = -\frac{1688}{5}.$$

Ответ: $-\frac{1688}{5}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.