**Задача скачана с сайта Tutor.com.ru**
**Tutor.com.ru** – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

*Условие*

Вычислить $\int\limits_L yds$, где $L$ – дуга параболы $y^2 = 2px$, отсечённая параболой $x^2 = 2py$.

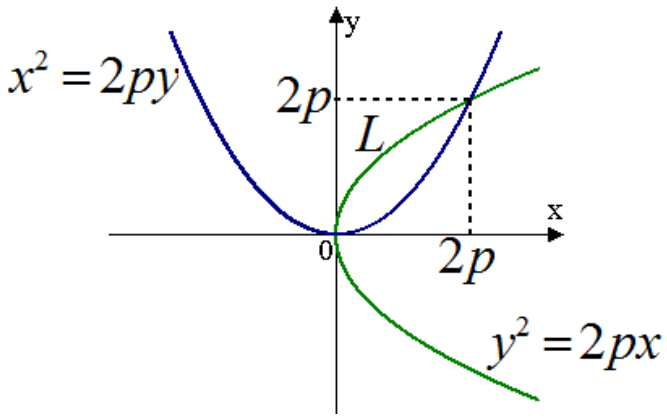
*Решение*

Найдем точки пересечения данных парабол:

$$\begin{cases} y^2 = 2px \\ x^2 = 2py \end{cases}$$

$$x = \frac{y^2}{2p},\ \left(\frac{y^2}{2p}\right)^2 = 2py,\ y^4 = 8p^3 y,\ y\cdot\left(y^3 - 8p^3\right) = 0,\ \left[\begin{array}{l} y = 0 \\ y = 2p \end{array}\right.$$

Параболы пересекаются в точках $(0;0)$ и $(2p;2p)$.




$y^2 = 2px \ \Rightarrow\ x = \frac{y^2}{2p};\ x'_y = \frac{y}{p}.$

$ds = \sqrt{1 + \left(x'_y\right)^2}\,dy = \sqrt{1 + \frac{y^2}{p^2}}\,dy = \frac{\sqrt{y^2 + p^2}}{p}\,dy$

$$\int\limits_L yds = \frac{1}{p}\cdot\int\limits_0^{2p} y\sqrt{y^2 + p^2}\,dy = \frac{1}{2p}\cdot\int\limits_0^{2p}\left(y^2 + p^2\right)^{\frac{1}{2}} d\left(y^2 + p^2\right) = \frac{1}{3p}\cdot\left(y^2 + p^2\right)^{\frac{3}{2}}\Big|_0^{2p} = \frac{1}{3p}\cdot\left(\left(5p^2\right)^{\frac{3}{2}} - p^3\right) = \frac{\left(5\sqrt{5} - 1\right)\cdot p^2}{3}$$

*Ответ*: $\frac{\left(5\sqrt{5} - 1\right)\cdot p^2}{3}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.