Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Вычислите криволинейный интеграл $\oint\limits_L \sqrt{2y^2+z^2}\,dl$, где L – окружность $x^2+y^2+z^2=4$, $y=x$.

Решение

Так как $y=x$, то из уравнения сферы $x^2+y^2+z^2=4$ получим:

$$x^2+x^2+z^2=4;\ 2x^2+z^2=4.$$

В параметрической форме получим: $\begin{cases} x=\sqrt{2}\cos t \\ z=2\sin t \end{cases}$. С учётом $y=x$, параметрические уравнения заданной кривой таковы:

$$\begin{cases} x=\sqrt{2}\cos t \\ y=\sqrt{2}\cos t,\ t\in[0;2\pi] \\ z=2\sin t \end{cases}.$$

$$\sqrt{2y^2+z^2}=\sqrt{4\cos^2 t+4\sin^2 t}=2\cdot\sqrt{\sin^2 t+\cos^2 t}=2\cdot 1=2.$$
$$dl=\sqrt{(x_t')^2+(y_t')^2+(z_t')^2}\,dt=\sqrt{2\sin^2 t+2\sin^2 t+4\cos^2 t}\,dt=\sqrt{4\left(\sin^2 t+\cos^2 t\right)}\,dt=2\,dt.$$

$$\oint\limits_L \sqrt{2y^2+z^2}\,dl=\int\limits_0^{2\pi} 2\cdot 2dt=4\int\limits_0^{2\pi} dt=4\cdot t\Big|_0^{2\pi}=8\pi.$$

Ответ: 8π.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.