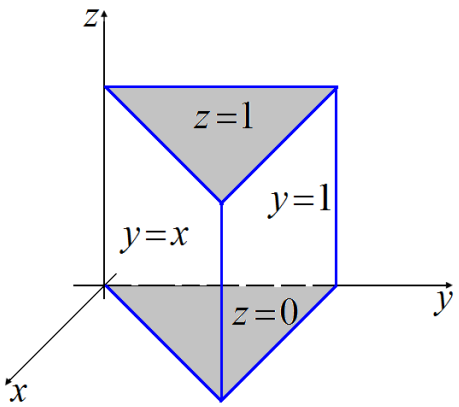
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

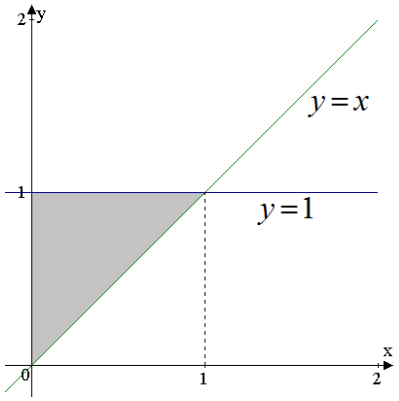
Вычислить тройной интеграл $\iiint\limits_V 2y^2e^{xy}dxdydz$, если область V ограничена поверхностями $x=0,\ z=0,\ z=1,\ y=1,\ y-x=0$.

Решение

Данное тело ограничено плоскостями $x=0,\ y=1,\ y=x,\ z=0,\ z=1$:



Для данного тела имеем $0\le z\le 1$. В проекции на плоскость Oxy получим область, ограниченную прямой $y=x$, $y=1$ и осью Oy:



Для данной области: $0\le y\le 1,\ 0\le x\le y$.

$$\iiint\limits_V 2y^2e^{xy}dxdydz=\int\limits_0^1 dy\int\limits_0^y dx\int\limits_0^1 2y^2e^{xy}dz=\int\limits_0^1 dy\int\limits_0^y 2y^2e^{xy}\cdot z\Big|_0^1 dx=\int\limits_0^1 dy\int\limits_0^y 2y^2e^{xy}dx=$$
$$=\int\limits_0^1 2ydy\int\limits_0^y e^{xy}d(xy)=\int\limits_0^1 2y\cdot e^{xy}\Big|_0^y dy=\int\limits_0^1 2y\cdot\left(e^{y^2}-1\right)dy=\int\limits_0^1\left(e^{y^2}-1\right)d\left(y^2\right)=\left(e^{y^2}-y^2\right)\Big|_0^1=$$
$$=e-1-1=e-2.$$

Ответ: $\iiint\limits_V 2y^2e^{xy}dxdydz=e-2$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.