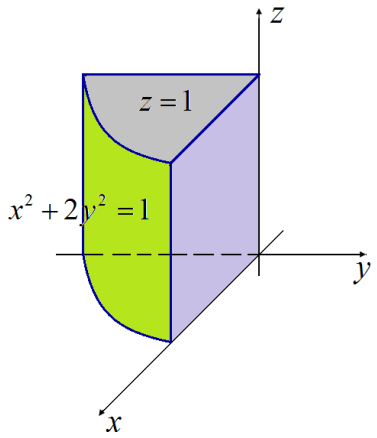
**Задача скачана с сайта Tutor.com.ru**
**Tutor.com.ru** – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

*Условие*

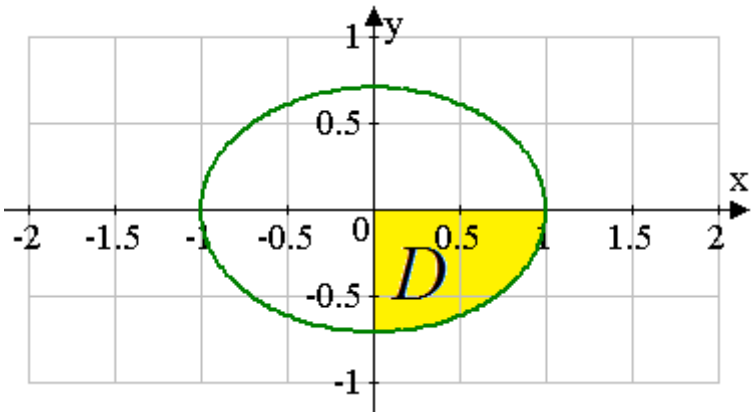
Вычислить тройной интеграл $\iiint\limits_V (x+2yz)dxdydz$ по области $V$, заданной неравенствами: $x \ge 0$, $y \le 0$, $0 \le z \le 1$, $x^2+2y^2 \le 1$.

*Решение*

Данная область ограничена цилиндром $x^2+2y^2=1$, плоскостью $z=1$ и координатными плоскостями. Так как $z \ge 0$, $x \ge 0$, $y \le 0$, то данное тело расположено в четвёртом октанте.




В проекции на плоскость $Oxy$ получим область $D$, ограниченную эллипсом $x^2+2y^2=1$ (полуоси $a=1$, $b=\frac{1}{\sqrt{2}}$) и осями координат, расположенную в четвёртой четверти:




$D: 0 \le x \le 1;\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1-x^2} \le y \le 0.$

$$\iiint\limits_V (x+2yz)dxdydz = \int\limits_0^1 dx \int\limits_{-\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1-x^2}}^{0} dy \int\limits_0^1 (x+2yz)dz = \int\limits_0^1 dx \int\limits_{-\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1-x^2}}^{0} \left(xz+yz^2\right)\Big|_0^1 dy = \int\limits_0^1 dx \int\limits_{-\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1-x^2}}^{0} (x+y)dy =$$

$$= \int\limits_0^1 \left( xy + \frac{y^2}{2} \right)\Bigg|_{-\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{1-x^2}}^{0} dx = \int\limits_0^1 \left( \frac{x^2}{4} - \frac{1}{4} + \frac{x\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{2}} \right) dx = \int\limits_0^1 \left( \frac{x^2}{4} - \frac{1}{4} \right) dx - \frac{1}{2\sqrt{2}} \int\limits_0^1 \left(1-x^2\right)^{\frac{1}{2}} d\left(1-x^2\right) =$$

$$= \left( \frac{x^3}{12} - \frac{x}{4} \right)\Bigg|_0^1 - \frac{1}{3\sqrt{2}} \cdot \left(1-x^2\right)^{\frac{3}{2}}\Bigg|_0^1 = \frac{1}{12} - \frac{1}{4} - \frac{1}{3\sqrt{2}} \cdot (0-1) = \frac{1}{3\sqrt{2}} - \frac{1}{6}.$$

*Ответ*: $\frac{1}{3\sqrt{2}} - \frac{1}{6}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.