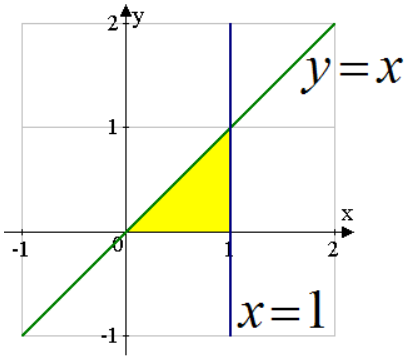
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Вычислить тройной интеграл $\iiint\limits_V (15x+30z)dxdydz$, $V: \begin{cases} z=x^2+3y^2,\ z=0. \\ y=x,\ y=0,\ x=1. \end{cases}$.

Решение

Для заданного тела имеем $0 \le z \le x^2+3y^2$. В проекции на плоскость Oxy получим область, ограниченную прямыми $y=x$, $y=0$ (ось Ox) и $x=1$.



$0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le x$.

$$\iiint\limits_V (15x+30z)dxdydz = \int\limits_0^1 dx \int\limits_0^x dy \int\limits_0^{x^2+3y^2} (15x+30z)dz = \int\limits_0^1 dx \int\limits_0^x \left(15xz+15z^2\right)\Big|_0^{x^2+3y^2} dy =$$

$$= \int\limits_0^1 dx \int\limits_0^x \left(15x\left(x^2+3y^2\right)+15\left(x^2+3y^2\right)^2\right)dy = 15\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^x \left(x^4+x^3+6x^2y^2+3xy^2+9y^4\right)dy =$$

$$= 15\int\limits_0^1 \left(x^4y+x^3y+2x^2y^3+xy^3+\frac{9y^5}{5} \right)\Big|_0^x dx = 15\int\limits_0^1 \left(\frac{24}{5}x^5+2x^4 \right)dx = 3\int\limits_0^1 \left(24x^5+10x^4\right)dx =$$

$$= 3\cdot\left(4x^6+2x^5\right)\Big|_0^1 = 3\cdot(6-0) = 18.$$

Ответ: 18.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.