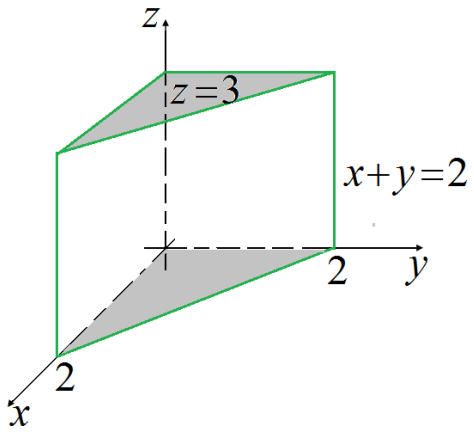
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

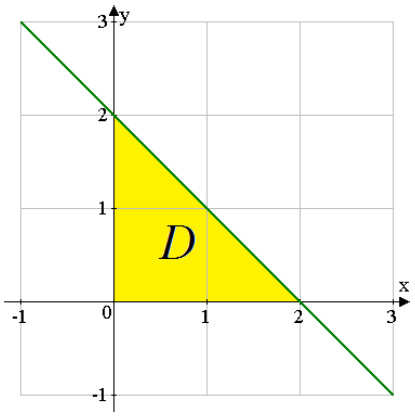
Вычислить тройной интеграл $\iiint\limits_V (2x+3y-1)dxdydz$, где область V ограничена плоскостями $x=0$, $y=0$, $z=0$, $z=3$, $x+y=2$.

Решение

Данное тело имеет такой вид:



Для данного тела имеем: $0\le z\le 3$. В проекции на плоскость Oxy получим область D, ограниченную осями координат и прямой $y=2-x$:



$D: 0\le x\le 2;\ 0\le y\le 2-x$.

$$\iiint\limits_V (2x+3y-1)dxdydz=\int\limits_0^2 dx\int\limits_0^{2-x} dy\int\limits_0^3 (2x+3y-1)dz=\int\limits_0^2 dx\int\limits_0^{2-x}(2x+3y-1)\cdot z\Big|_0^3 dy=$$

$$=3\cdot\int\limits_0^2 dx\int\limits_0^{2-x}(2x+3y-1)dy=3\cdot\int\limits_0^2\left(2xy+\frac{3y^2}{2}-y\right)\Big|_0^{2-x}dx=3\cdot\int\limits_0^2\left(2x(2-x)+\frac{3(2-x)^2}{2}-(2-x)\right)dx=$$

$$=3\cdot\int\limits_0^2\left(4x-2x^2+\frac{12-12x+3x^2}{2}-2+x\right)dx=3\cdot\int\limits_0^2\left(4-x-\frac{x^2}{2}\right)dx=3\cdot\left(4x-\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{6}\right)\Big|_0^2=$$

$$=3\cdot\left(8-2-\frac{4}{3}-0\right)=14$$

Ответ: 14.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре,
аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.