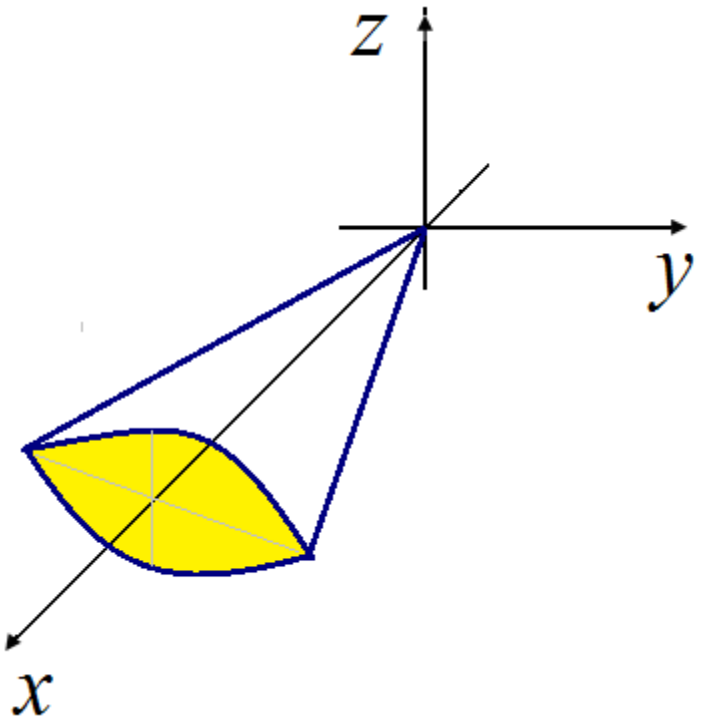
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Вычислить интеграл $\iiint\limits_V xdxdydz$, перейдя к цилиндрическим координатам. Область V ограничена поверхностями $x=3$, $x^2=9\left(z^2+y^2\right)$.

Решение

Область V ограничена плоскостью $x=3$ и конусом $x=3\sqrt{z^2+y^2}$.



В проекции на плоскость Oyz получим окружность $9=9\left(z^2+y^2\right)$, $z^2+y^2=1$ с центром в начале координат и радиусом $R=1$. Перейдём в цилиндрическую систему координат по формулам $\begin{cases} y=\rho\cos\varphi \\ z=\rho\sin\varphi \\ x=x \end{cases}$.

$x^2=9\left(z^2+y^2\right)$, $x^2=9\rho^2$, $x=3\rho$.

$V:\ 0\le\varphi\le 2\pi$, $0\le\rho\le 1$, $3\rho\le x\le 3$.

$$\iiint\limits_V xdxdydz=\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^1\rho d\rho\int\limits_{3\rho}^3 xdx=\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^1\rho\cdot\frac{x^2}{2}\Bigg|_{3\rho}^3 d\rho=\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^1\rho\cdot\frac{9-9\rho^2}{2}d\rho=\frac{9}{2}\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^1\left(\rho-\rho^3\right)d\rho=$$

$$=\frac{9}{2}\int\limits_0^{2\pi}\left(\frac{\rho^2}{2}-\frac{\rho^4}{4}\right)\Bigg|_0^1 d\varphi=\frac{9}{8}\int\limits_0^{2\pi}d\varphi=\frac{9}{8}\cdot\varphi\Big|_0^{2\pi}=\frac{9\pi}{4}.$$

Ответ: $\frac{9\pi}{4}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.