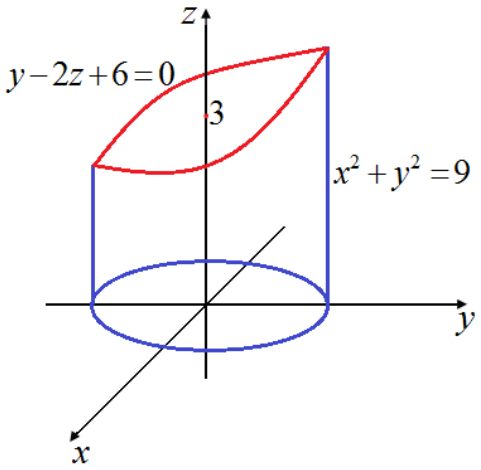
**Задача скачана с сайта Tutor.com.ru**
**Tutor.com.ru** – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

*Условие*

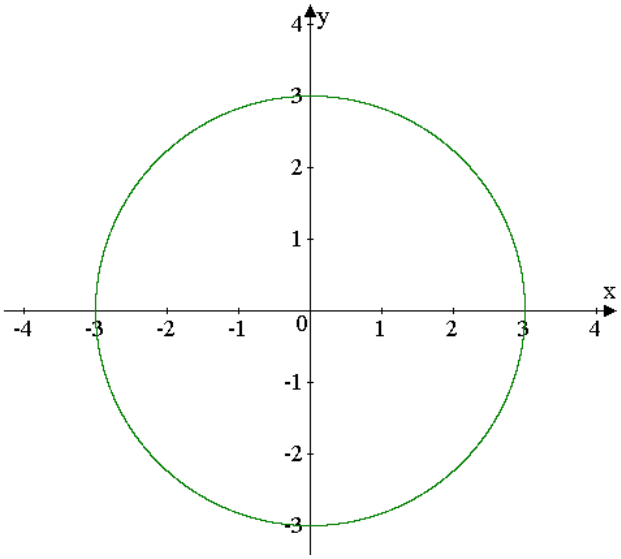
Вычислить тройной интеграл $\iiint\limits_V dxdydz$ по области, ограниченной поверхностями $x^2+y^2=9$, $z=0$, $y-2z+6=0$. Сделать чертёж данного тела и его проекции на плоскость $Oxy$.

*Решение*

Уравнение $z=0$ определяет координатную плоскость $Oxy$, уравнение $y-2z+6=0$ – плоскость, параллельную оси $Ox$, пересекающую оси $Oy$ и $Oz$ в точках $(0;-6;0)$ и $(0;0;3)$. Уравнение $x^2+y^2=9$ определяет круговой цилиндр.




В проекции на плоскость $Oxy$ получим окружность $x^2+y^2=9$ с центром в начале координат и радиусом $R=3$.




Перейдем в цилиндрическую систему координат, в которой уравнение плоскости $z=\dfrac{y+6}{2}$ примет вид $z=\dfrac{\rho\sin\varphi+6}{2}$, а уравнение цилиндра $x^2+y^2=9$ станет таким: $\rho=3$.

$$0\le\varphi\le 2\pi,\ 0\le\rho\le 3,\ 0\le z\le\frac{\rho\sin\varphi+6}{2}.$$

$$\iiint\limits_V dxdydz = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^3 \rho d\rho \int\limits_0^{\frac{\rho\sin\varphi+6}{2}} dz = \frac{1}{2}\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^3 \rho\left(\rho\sin\varphi+6\right)d\rho =$$

$$= \frac{1}{2}\int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^2 \left(6\rho+\rho^2\sin\varphi\right)d\rho = \frac{1}{2}\int\limits_0^{2\pi}\left(3\rho^2+\frac{\rho^3\sin\varphi}{3}\right)\Bigg|_0^3 d\varphi = \frac{1}{2}\int\limits_0^{2\pi}\left(27+9\sin\varphi\right)d\varphi = \frac{1}{2}\cdot\left(27\varphi-9\cos\varphi\right)\Big|_0^{2\pi} = 27\pi$$

*Ответ*: $27\pi$ .

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре,
аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.