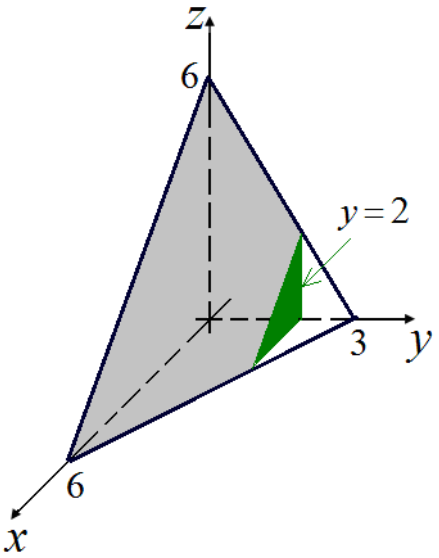
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

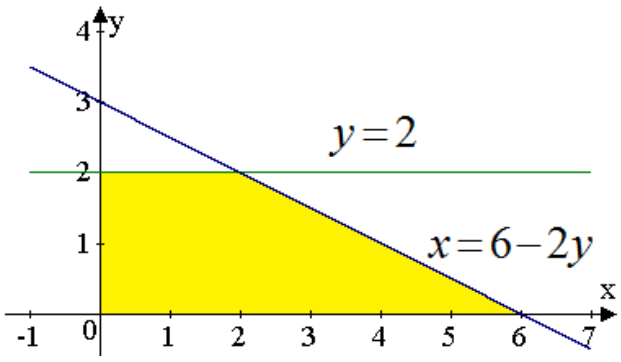
Найти массу материальной области D с плотностью $\gamma = x$, где D – пространственная область, ограниченная поверхностями $x+2y+z=6$, $x=0$, $y=0$, $z=0$, $y=2$.

Решение

Плоскость $x+2y+z=6$ пересекает оси координат в точках $(6;0;0)$, $(0;3;0)$, $(0;0;6)$.



Для данного тела имеем $0 \le z \le 6-x-2y$. В проекции на плоскость Oxy получим область, ограниченную осями координат и прямыми $y=2$ и $x+2y=6$.



$0 \le y \le 2$, $0 \le x \le 6-2y$.

$$M = \int_0^2 dy \int_0^{6-2y} x dx \int_0^{6-x-2y} dz = \int_0^2 dy \int_0^{6-2y} x \cdot z\Big|_0^{6-x-2y} dx = \int_0^2 dy \int_0^{6-2y} x \cdot (6-x-2y) dx = \int_0^2 dy \int_0^{6-2y} (6x - x^2 - 2xy) dx =$$

$$= \int_0^2 \left(3x^2 - \frac{x^3}{3} - x^2 y \right)\Big|_0^{6-2y} dy = \int_0^2 \left(3 \cdot (6-2y)^2 - \frac{(6-2y)^3}{3} - (6-2y)^2 \cdot y \right) dy = \int_0^2 \left(-\frac{4y^3}{3} + 12y^2 - 36y + 36 \right) dy =$$

$$= \left(-\frac{y^4}{3} + 4y^3 - 18y^2 + 36y \right)\Big|_0^2 = \frac{80}{3}.$$

Ответ: $M = \frac{80}{3}$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.