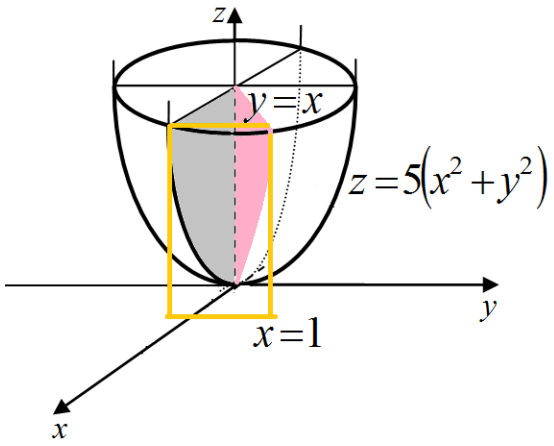
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

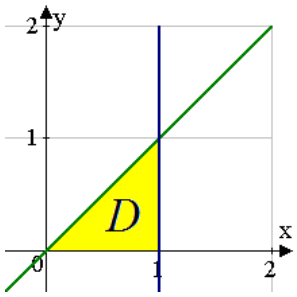
Найти массу тела с помощью тройного интеграла. Тело ограничено поверхностями $y=x$, $y=0$, $x=1$, $z=5\left(x^2+y^2\right)$, $z=0$. Плотность: $\rho(x,y,z)=3x+4y$.

Решение

Данное тело ограничено параболоидом $z=5\left(x^2+y^2\right)$ и плоскостями $y=x$, $y=0$, $x=1$, $z=0$.



Для данного тела $0\le z\le 5\left(x^2+y^2\right)$. В проекции на плоскость Oxy получим область, ограниченную прямыми $y=x$, $x=1$ и осью Ox:



$D: 0\le x\le 1,\ 0\le y\le x$.

$$M=\int_0^1 dx\int_0^x dy\int_0^{5\left(x^2+y^2\right)}(3x+4y)dz=\int_0^1 dx\int_0^x(3x+4y)dy\int_0^{5\left(x^2+y^2\right)}dz=\int_0^1 dx\int_0^x(3x+4y)\cdot z\Big|_0^{5\left(x^2+y^2\right)}dy=$$

$$=5\int_0^1 dx\int_0^x(3x+4y)\cdot\left(x^2+y^2\right)dy=5\int_0^1 dx\int_0^x\left(3x^3+4x^2y+3xy^2+4y^3\right)dy=5\int_0^1\left(3x^3y+2x^2y^2+xy^3+y^4\right)\Big|_0^x dx=$$

$$=35\int_0^1 x^4dx=7\cdot x^5\Big|_0^1=7.$$

Ответ: 7.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.