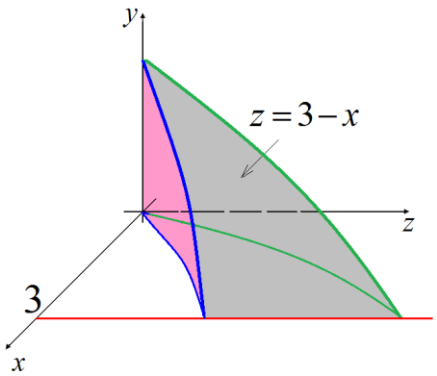
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

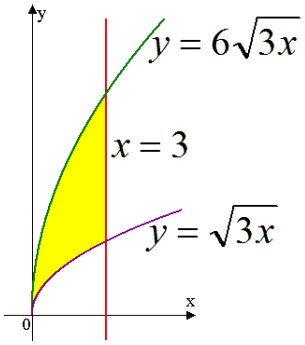
Найти объём тела, ограниченного заданными поверхностями: $y=6\sqrt{3x}$, $y=\sqrt{3x}$, $z=0$, $x+z=3$.

Решение

Данное тело ограничено параболическими цилиндрами $y=6\sqrt{3x}$ и $y=\sqrt{3x}$, а также плоскостями $z=0$ (плоскость Oxy) и $z=3-x$. Плоскость $z=3-x$ пересекает плоскость Oxy по прямой $x=3$.



В проекции на плоскость Oxy получим область, ограниченную ветвями парабол $y=6\sqrt{3x}$, $y=\sqrt{3x}$ и прямой $x=3$.



Следовательно, для заданного тела получим: $0\le x\le 3$; $\sqrt{3x}\le y\le 6\sqrt{3x}$; $0\le z\le 3-x$.

$$V=\int\limits_0^3 dx\int\limits_{\sqrt{3x}}^{6\sqrt{3x}} dy\int\limits_0^{3-x} dz=\int\limits_0^3 dx\int\limits_{\sqrt{3x}}^{6\sqrt{3x}} z\Big|_0^{3-x} dy=\int\limits_0^3 (3-x)dx\int\limits_{\sqrt{3x}}^{6\sqrt{3x}} dy=\int\limits_0^3 (3-x)\cdot y\Big|_{\sqrt{3x}}^{6\sqrt{3x}} dx=$$

$$=\int\limits_0^3 (3-x)\cdot 5\sqrt{3}\cdot\sqrt{x}\,dx=5\sqrt{3}\cdot\int\limits_0^3\left(3x^{\frac{1}{2}}-x^{\frac{3}{2}}\right)dx=5\sqrt{3}\cdot\left(2x^{\frac{3}{2}}-\frac{2x^{\frac{5}{2}}}{5}\right)\Bigg|_0^3=5\sqrt{3}\cdot\left(6\sqrt{3}-\frac{18\sqrt{3}}{5}-0\right)=36.$$

Ответ: 36.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.