Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

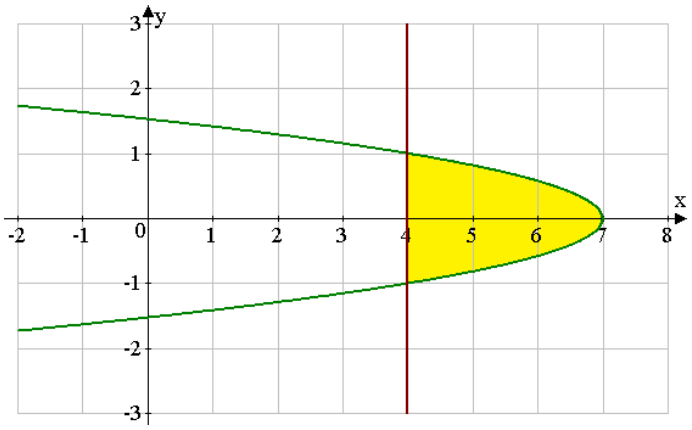
Найти объём тела, заданного ограничивающими его поверхностями: $x=-3y^2+7$, $x=4$, $z=2+\sqrt{6x^2+y^2}$, $z=3+\sqrt{6x^2+y^2}$.

Решение

Для данного тела получим: $2+\sqrt{6x^2+y^2}\le z\le 3+\sqrt{6x^2+y^2}$. В проекции на плоскость Oxy имеем область D, ограниченную параболой $x=-3y^2+7$ и прямой $x=4$. Найдём точки пересечения данных линий:

$$-3y^2+7=4$$
$$y^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} y=-1;\\ y=1.\end{array}\right.$$

Графики пересекаются в точках $(4;-1)$ и $(4;1)$.



$-1\le y\le 1;\ 4\le x\le -3y^2+7.$

$$V=\int\limits_{-1}^{1}dy\int\limits_{4}^{-3y^2+7}dx\int\limits_{2+\sqrt{6x^2+y^2}}^{3+\sqrt{6x^2+y^2}}dz=\int\limits_{-1}^{1}dy\int\limits_{4}^{-3y^2+7}z\Big|_{2+\sqrt{6x^2+y^2}}^{3+\sqrt{6x^2+y^2}}dx=\int\limits_{-1}^{1}dy\int\limits_{4}^{-3y^2+7}\left(3+\sqrt{6x^2+y^2}-\left(2+\sqrt{6x^2+y^2}\right)\right)dx=$$
$$=\int\limits_{-1}^{1}dy\int\limits_{4}^{-3y^2+7}dx=\int\limits_{-1}^{1}x\Big|_{4}^{-3y^2+7}dy=\int\limits_{-1}^{1}\left(-3y^2+7-4\right)dy=\int\limits_{-1}^{1}\left(-3y^2+3\right)dy=2\cdot\int\limits_{0}^{1}\left(-3y^2+3\right)dy=$$
$$=2\cdot\left(-y^3+3y\right)\Big|_0^1=2\cdot(2-0)=4.$$

Ответ: 4.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.