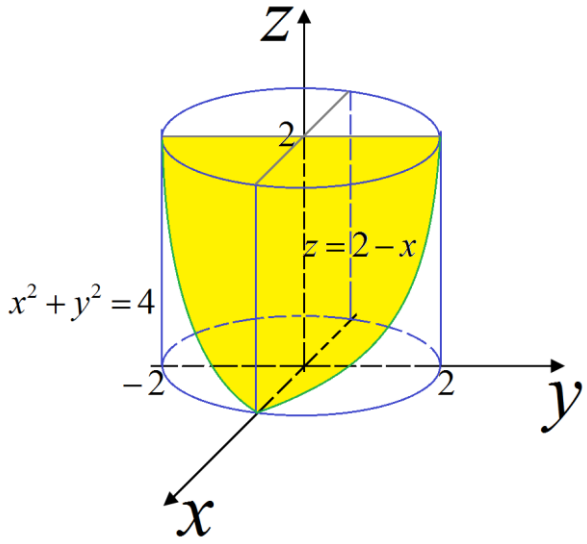
Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

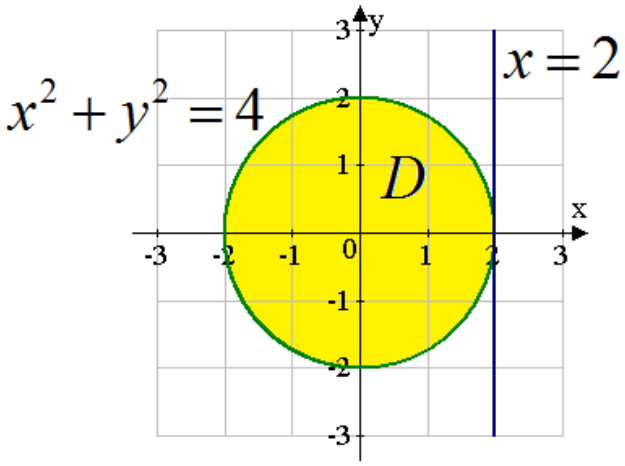
Условие

Найти объём тела, ограниченного поверхностями: $x^2+y^2=4$, $z=0$, $z=2-x$.

Решение

Уравнение $x^2+y^2=4$ определяет круговой цилиндр; уравнения $z=0$ и $z=2-x$ определяют плоскости. Плоскость $z=2-x$ пересекает плоскость $z=0$ (плоскость Oxy) по прямой $x=2$. Цилиндр $x^2+y^2=4$ пересекает плоскость Oxy по окружности $x^2+y^2=4$ с центром в начале координат и радиусом $R=2$.





Перейдём в цилиндрическую систему координат:

$$z=2-x \Rightarrow z=2-\rho\cos\varphi.$$
$$x^2+y^2=4 \Rightarrow \rho^2=4;\ \rho=2.$$

$$0\le\varphi\le 2\pi;\ 0\le\rho\le 2;\ 0\le z\le 2-\rho\cos\varphi.$$

$$V=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{2}\rho d\rho\int_0^{2-\rho\cos\varphi}dz=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{2}\rho\cdot z\Big|_0^{2-\rho\cos\varphi}d\rho=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{2}\rho\cdot(2-\rho\cos\varphi)d\rho=\int_0^{2\pi}d\varphi\int_0^{2}(2\rho-\rho^2\cos\varphi)d\rho=$$
$$=\int_0^{2\pi}\left(\rho^2-\frac{\rho^3\cos\varphi}{3}\right)\Big|_0^{2}d\varphi=\int_0^{2\pi}\left(4-\frac{8\cos\varphi}{3}\right)d\varphi=\left(4\varphi-\frac{8\sin\varphi}{3}\right)\Big|_0^{2\pi}=8\pi.$$

Ответ: 8π.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.