Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} n^{2x^2+7x+5}$.

Решение

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^{2x^2+7x+5} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{-2x^2-7x-5}}$$

При любом значении $x \in R$ имеем $n^{-2x^2-7x-5} > 0$, т.е. при любом $x \in R$ получим знакоположительный ряд вида $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^a}$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^a}$ расходится при $a \le 1$ и сходится при $a > 1$. Следовательно, нужно рассмотреть два случая: $-2x^2-7x-5 \le 1$ и $-2x^2-7x-5 > 1$.

$$-2x^2-7x-5 \le 1 \Leftrightarrow 2x^2+7x+6 \ge 0 \Leftrightarrow (x+2)\cdot\left(x+\frac{3}{2}\right) \ge 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;-2] \cup \left[-\frac{3}{2};+\infty\right)$$

Соответственно, неравенство $-2x^2-7x-5 > 1$ имеет множество решений $x \in \left(-2;-\frac{3}{2}\right)$. Значит, заданный ряд будет расходиться при $x \in (-\infty;-2] \cup \left[-\frac{3}{2};+\infty\right)$ и абсолютно сходиться при $x \in \left(-2;-\frac{3}{2}\right)$.

Ответ: $\left(-2;-\frac{3}{2}\right)$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.