Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать сходимость ряда $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln^4 n}$.

Решение

Применим к данному ряду интегральный признак Коши:

$$\int\limits_2^{+\infty}\frac{dx}{x\ln^4 x}=\lim_{b\to+\infty}\int\limits_2^b\frac{dx}{x\ln^4 x}=\lim_{b\to+\infty}\int\limits_2^b\ln^{-4}x\,d(\ln x)=\lim_{b\to+\infty}\left(-\frac{1}{3\ln^3 x}\Big|_2^b\right)=$$

$$=-\frac{1}{3}\lim_{b\to+\infty}\left(\frac{1}{\ln^3 b}-\frac{1}{\ln^3 2}\right)=\frac{1}{3\ln^3 2}.$$

Так как интеграл $\int\limits_2^{+\infty}\frac{dx}{x\ln^4 x}$ сходится, то согласно интегральному признаку Коши будет сходиться и ряд $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln^4 n}$.

Ответ: ряд сходится.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.