Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Установить сходимость (расходимость) ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\ln^2(2n+1)}$ с помощью интегрального признака Коши.

Решение

Рассмотрим ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\ln^2 2n}$. Применим к нему интегральный признак Коши:

$$\int_1^{+\infty}\frac{dx}{x\ln^2 2x}=\lim_{b\to\infty}\int_1^b\frac{dx}{x\ln^2 2x}=\lim_{b\to\infty}\int_1^b(\ln 2x)^{-2}d(\ln 2x)=\lim_{b\to\infty}\left(-\frac{1}{\ln 2x}\right)\Bigg|_1^b=\lim_{b\to\infty}\left(-\frac{1}{\ln 2b}+\frac{1}{\ln 2}\right)=\frac{1}{\ln 2}.$$

Так как интеграл сходится, то будет сходиться и ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\ln^2 2n}$. Так как $\frac{1}{n\ln^2 2n}>\frac{1}{n\ln^2(2n+1)}$, то согласно признаку сравнения ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\ln^2(2n+1)}$ сходится.

Ответ: ряд сходится.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.