Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать ряд $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(n+4)\ln n\ln\ln n}$ на сходимость.

Решение

Рассмотрим ряд $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n\ln\ln n}$. Применим интегральный признак Коши:

$$\int_2^{+\infty}\frac{dx}{x\ln x\ln\ln x}=\lim_{b\to+\infty}\int_2^b\frac{dx}{x\ln x\ln\ln x}=\lim_{b\to+\infty}\int_2^b\frac{d(\ln\ln x)}{\ln\ln x}=\lim_{b\to+\infty}\left(\ln\left|\ln\ln x\right|\Big|_2^b\right)=$$
$$=\lim_{b\to+\infty}\left(\ln\left|\ln\ln b\right|-\ln\left|\ln\ln 2\right|\right)=+\infty$$

Так как интеграл $\int_2^{+\infty}\frac{dx}{x\ln x\ln\ln x}$ расходится, то согласно интегральному признаку Коши будет расходиться и ряд $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n\ln\ln n}$. Сравним этот ряд с рядом $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(n+4)\ln n\ln\ln n}$, используя признак сравнения в предельной форме:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n\ln n\ln\ln n}}{\frac{1}{(n+4)\ln n\ln\ln n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{n+4}{n}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{4}{n}\right)=1+0=1.$$

Так как $0<1<\infty$ и ряд $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n\ln\ln n}$ расходится, то будет расходиться и ряд $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(n+4)\ln n\ln\ln n}$.

Ответ: ряд расходится.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.