Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{2n}\right)^{n^2}$ с положительными членами.

Решение

Обозначим общий член ряда $u_n=\left(\frac{2n-1}{2n}\right)^{n^2}$ и применим к данному ряду радикальный признак Коши:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{u_n}=\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\left(\frac{2n-1}{2n}\right)^{n^2}}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n-1}{2n}\right)^{n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2n}{2n}-\frac{1}{2n}\right)^{n}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{-2n}\right)^{-2n\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}=e^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{e}}.$$

Так как $\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{u_n}=\frac{1}{\sqrt{e}}<1$, то ряд сходится.

Ответ: ряд сходится.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.