Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Установить сходимость или расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n}{n+5}\right)^{n}\left(\frac{n+2}{n+3}\right)^{n^2}$ с помощью радикального признака Коши.

Решение

Обозначим $u_n=\left(\frac{3n}{n+5}\right)^{n}\left(\frac{n+2}{n+3}\right)^{n^2}$. Применяя радикальный признак Коши, получим:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{u_n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3n}{n+5}\cdot\left(\frac{n+2}{n+3}\right)^{n}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3n}{n+5}\cdot\left(1+\frac{-1}{n+3}\right)^{n}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3}{1+\frac{5}{n}}\cdot\left(1+\frac{-1}{n+3}\right)^{\frac{n+3}{-1}\cdot\frac{-n}{n+3}}\right)=3\cdot e^{-1}=\frac{3}{e}$$

Так как $\frac{3}{e}>1$, то ряд расходится.

Ответ: ряд расходится.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.