Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1+n^2}{1+n^3}\right)^2$.

Решение

Сравним заданный ряд с рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$, используя признак сравнения в предельной форме:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{1+n^2}{1+n^3}\right)^2}{\frac{1}{n^2}}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1+n^2}{1+n^3}\cdot n\right)^2=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n+n^3}{1+n^3}\right)^2=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\frac{1}{n^2}+1}{\frac{1}{n^3}+1}\right)^2=1^2=1.$$

Так как $0<1<\infty$ и ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ сходится, то согласно признаку сравнения будет сходиться и ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1+n^2}{1+n^3}\right)^2$.

Ответ: ряд сходится.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.