Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n}$ на сходимость.

Решение

Обозначим $u_n=\frac{2^n n!}{n^n}$, тогда $u_{n+1}=\frac{2^{n+1}(n+1)!}{(n+1)^{n+1}}=\frac{2^{n+1}n!}{(n+1)^n}$. Применим признак Д'Аламбера:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2^{n+1}n!}{(n+1)^n}\cdot\frac{n^n}{2^n n!}\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{2n^n}{(n+1)^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{2}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n}=\frac{2}{e}.$$

Так как $\frac{2}{e}<1$, то ряд сходится.

Ответ: ряд сходится.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.