Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n(n+1)}{5^n}$ с положительными членами.

Решение

Обозначим общий член ряда как $u_n=\frac{3n(n+1)}{5^n}$, тогда $u_{n+1}=\frac{3(n+1)(n+2)}{5^{n+1}}$. Применим к данному ряду признак Д'Аламбера:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3(n+1)(n+2)}{5^{n+1}}\cdot\frac{5^n}{3n(n+1)}\right)=\frac{1}{5}\lim_{n\to\infty}\frac{n+2}{n}=\frac{1}{5}\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{2}{n}\right)=\frac{1}{5}\cdot 1=\frac{1}{5}.$$

Так как $\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{1}{5}<1$, то ряд сходится.

Ответ: ряд сходится.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.