Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать сходимость числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n(5n+1)}{4^{n+3}}$.

Решение

Применим признак Д'Аламбера.

$u_n=\frac{3^n(5n+1)}{4^{n+3}}$, $u_{n+1}=\frac{3^{n+1}(5n+6)}{4^{n+4}}$.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{3^{n+1}(5n+6)}{4^{n+4}}}{\frac{3^n(5n+1)}{4^{n+3}}}=\frac{3}{4}\lim_{n\to\infty}\frac{5n+6}{5n+1}=\frac{3}{4}\lim_{n\to\infty}\frac{5+\frac{6}{n}}{5+\frac{1}{n}}=\frac{3}{4}\cdot\frac{5+0}{5+0}=\frac{3}{4}.$$

Так как $\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=\frac{3}{4}<1$, то ряд сходится.

Ответ: ряд сходится.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.