Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать на сходимость числовой ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{(2n+2)!}{3n+5}\cdot\frac{1}{2^n}\right)$.

Решение

Обозначим $u_n=\frac{(2n+2)!}{3n+5}\cdot\frac{1}{2^n}$, тогда $u_{n+1}=\frac{(2(n+1)+2)!}{3(n+1)+5}\cdot\frac{1}{2^{n+1}}=\frac{(2n+4)!}{3n+8}\cdot\frac{1}{2^{n+1}}$. Применим признак Д'Аламбера:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{(2n+4)!}{3n+8}\cdot\frac{1}{2^{n+1}}}{\frac{(2n+2)!}{3n+5}\cdot\frac{1}{2^n}}=\frac{1}{2}\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+3)(2n+4)\cdot(3n+5)}{3n+8}=+\infty.$$

Так как $\lim_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}+\infty$, то ряд расходится.

Ответ: ряд расходится.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.