Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n-1}{3n+3}\right)^n$ на сходимость.

Решение

Общий член ряда: $u_n=\left(\frac{3n-1}{3n+3}\right)^n$

Проверим выполнение необходимого условия сходимости:

$$\lim_{n\to\infty}u_n=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3n-1}{3n+3}\right)^n=\left|1^{\infty}\right|=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3n+3-4}{3n+3}\right)^n=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{-4}{3n+3}\right)^n=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{-4}{3n+3}\right)^{\frac{3n+3}{-4}\cdot\frac{-4}{3n+3}\cdot n}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}e^{\frac{-4n}{3n+3}}=\lim_{n\to\infty}e^{\frac{-4}{3+\frac{3}{n}}}=e^{-\frac{4}{3}}=\frac{1}{\sqrt[3]{e^4}}.$$

Так как $\lim_{n\to\infty}u_n\neq 0$, то ряд расходится вследствие невыполнения необходимого условия сходимости.

Ответ: ряд расходится.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.