Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\sqrt[3]{n^3+n^2}-n\right)$.

Решение

Общий член ряда: $u_n=\sqrt[3]{n^3+n^2}-n$.

Проверим выполнение необходимого условия сходимости:

$$\lim_{n\to\infty}u_n=\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt[3]{n^3+n^2}-n\right)=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\sqrt[3]{n^3+n^2}-n\right)\left(\sqrt[3]{\left(n^3+n^2\right)^2}+n\cdot\sqrt[3]{n^3+n^2}+n^2\right)}{\sqrt[3]{\left(n^3+n^2\right)^2}+n\cdot\sqrt[3]{n^3+n^2}+n^2}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{n^3+n^2-n^3}{\sqrt[3]{\left(n^3+n^2\right)^2}+n\cdot\sqrt[3]{n^3+n^2}+n^2}=\lim_{n\to\infty}\frac{n^2}{\sqrt[3]{\left(n^3+n^2\right)^2}+n\cdot\sqrt[3]{n^3+n^2}+n^2}=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{\left(1+\frac{1}{n}\right)^2}+\sqrt[3]{1+\frac{1}{n}}+1}=\frac{1}{1+1+1}=\frac{1}{3}.$$

Так как $\frac{1}{3}\neq 0$, то ряд расходится вследствие невыполнения необходимого условия сходимости.

Ответ: ряд расходится.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.