Задача скачана с сайта Tutor.com.ru
Tutor.com.ru – онлайн-занятия, подготовка к тестам, зачётам и экзаменам по высшей математике, математическому анализу, дифференциальным уравнениям и иным предметам университетского курса математики.

Условие

Вычислить сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^3+25}$ с точностью до $\Delta = 0{,}01$.

Решение

Это знакочередующийся ряд. Рассмотрим ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\left|\frac{(-1)^n}{n^3+25}\right| = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3+25}$. Так как $\frac{1}{n^3+25} < \frac{1}{n^3}$ и ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}$ сходится, то согласно признаку сравнения будет сходиться и ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3+25}$. Следовательно, ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^3+25}$ сходится абсолютно, т.е. сумма существует.

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^3+25} = -\frac{1}{26}+\frac{1}{33}-\frac{1}{52}+\frac{1}{89}-\frac{1}{150}+\ldots$$

Так как $\frac{1}{150} < 0{,}01$, то:

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^3+25} \approx -\frac{1}{26}+\frac{1}{33}-\frac{1}{52}+\frac{1}{89} \approx -0{,}02.$$

Ответ: $-0{,}02$.

Решебник по высшей математике – сборник решённых задач по линейной алгебре, аналитической геометрии, математическому анализу, высшей математике и другим предметам.